$K(\beta_3) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2,3\}\}$

β_3

Des espaces lacaniens

Nathalie Charraud

Je remercie Stéphane Dugowson d'avoir bien voulu participer à notre journée doctorale[*]. Mathématicien et historien des sciences, la branche dans laquelle il est spécialiste concerne tout particulièrement les connexions entre mathématiques et psychanalyse, dans la mesure où elle rejoint les préoccupations de Lacan concernant la topologie, et plus spécifiquement la topologie des nœuds.

Lacan et la topologie

Dès le début de son enseignement, Lacan s'est démarqué de Freud pour ce qui concerne le rapport de l'inconscient à l'espace. Freud se référait à une géométrie euclidienne du dedans et du dehors pour le sujet lui-même, avec une bizarrerie cependant que Lacan a soulignée dans le schéma du chapitre VII de *L'interprétation des rêves*, où les couches stratifiées de l'inconscient se déroulent entre deux extrêmes dont le plus intérieur est également le plus extérieur. Cela a justifié Lacan à introduire des surfaces telles la bande de Mœbius ou le plan projectif, où l'intérieur est en continuité avec l'extérieur, qui lèvent ce qui apparaissait chez Freud sous une forme paradoxale.
Lacan souhaitait trouver dans les mathématiques la possibilité d'une autre géométrie que l'euclidienne, c'est pourquoi toutes les avancées de la topologie l'ont intéressé.

Le plus abstrait, si l'on peut dire, de la topologie se trouve dans la topologie générale qui parle de **voisinages** en dehors de toute relation métrique, c'est-à-dire en dehors de tout ordre et de toute distance.
Ce n'est pas la mesure, la distance, le quantitatif, qui déterminera la proximité. Il n'y aura pas de plus près ou de plus loin, bien qu'il y ait voisinage, ce qui représente évidemment une grande difficulté pour l'imagination. En même temps, la topologie générale, pour y pénétrer vraiment, exige plus que toute autre branche des mathématiques, me semble-t-il, une éducation de l'intuition tout à fait particulière et certainement propre à chaque mathématicien. Les notions de voisinage, de limite, de frontière, de connexité, en dehors de toute métrique, renvoient au plus intime de chacun avant d'être prises dans une axiomatique, dans le cadre de la théorie des ensembles ou celle des catégories.

Lacan souligne dans le Séminaire RSI (séance du 8 avril 1975) que cette difficulté de l'introduction de ce qu'il appelait le mental à la topologie donne une idée du refoulement originaire, refoulement d'avant le miroir et qui concerne un rapport au corps propre et au corps maternel à la fois donc mythique et mathématique !
La notion de frontière par exemple, si l'on y songe vraiment, amène des questions complexes, qui peuvent se préciser. Dans un article récent[†], S.Dugowson nous rappelle que la notion de frontière, qui pourrait paraître intuitivement évidente, ne l'a jamais été, que ce soit en mathématiques, géopolitique, biologie ou ailleurs : « s'agissant des frontières, le flou n'est pas l'exception mais la règle, et c'est au contraire la netteté qui est exceptionnelle ». Un encadré qui situe bien le point de vue critique de l'auteur, s'intitule « frontières, bords, limites : du flou dans la terminologie » !
Une exigence qui semble naturelle relativement aux frontières qui séparent deux domaines est qu'une frontière soit symétrique : que la frontière de A soit la même que celle de son complémentaire. Le jeu de Go donne un exemple, ou plutôt un contre-exemple de ce principe. La frontière d'une partie du damier se situe en bordure, mais hors de cette partie, et par conséquent celle du complémentaire se trouvera à l'intérieur de cette partie, et donc se distinguera de la première frontière. Et pourtant, ce sont des frontières « nettes ». Dans certaines définitions des frontières floues elles-mêmes, on observe également cette situation de non-symétrie.

---

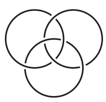
[*] "Lacan, le savoir, les savoirs", Journée de l'école doctorale du 20 mars 2007, Département de psychanalyse, Université Paris VIII, Vincennes-Saint-Denis.
[†] Stéphane Dugowson, "Les mathématiques des frontières floues", *Pour la science* n°350, décembre 2006, p.126-131.

S. Dugowson propose d'unifier ces différentes situations de frontières non-symétriques avec la notion de « frontière dialectique » qui sépare des domaines où sont définies deux (pré)topologies distinctes. Cette notion, qui exige une certaine technicité d'écriture, a fait l'objet de deux conférences données à l'ENS, où il introduit également la définition des espaces connectifs.

Des espaces lacaniens

Dans la séance de séminaire du 15 janvier 1974, Lacan affirme ceci : « que le savoir inconscient soit **topologique**, c'est-à-dire qu'il ne tienne que de la proximité du voisinage, non de l'ordre, c'est en quoi j'essaie de dire, de fonder, qu'il est **nodal** ». Et c'est effectivement ce que Lacan développera dans son séminaire sur le sinthome (1975-76).
Mais ce rapprochement peut paraître paradoxal entre d'une part la topologie des voisinages qui échappe à toute imaginarisation, à toute représentation que nous avons l'habitude de faire dans l'espace, et d'autre part les nœuds qui sont au contraire représentables et manipulables avec des ronds de ficelle. Ce rapprochement est aujourd'hui largement justifié et démontre une fois de plus combien les intuitions mathématiques de Lacan visaient juste et se trouvaient même en avance sur son temps.
C'est ce rapprochement qui est un des enjeux des recherches actuelles de S.Dugowson, ceci à travers une structure topologique qu'il a remise d'actualité : les **espaces connectifs**. Un ensemble connectif est muni d'une famille de sous ensembles (ou parties dites connexes) qui vérifie les trois axiomes suivants : la partie vide est connexe ; les singletons (parties à un seul élément) sont connexes ; l'union d'une famille de connexes dont l'intersection est non vide est connexe. Le nœud borroméen à trois est un exemple de « connectif »[‡] : constitué de trois éléments (nos trois ronds de ficelle), les parties connexes sont les singletons et la partie entière. Les parties à deux éléments ne sont pas connexes : les ronds sont libres deux à deux, mais avec le troisième ils sont reliés. Alors que les trois ronds ensemble sont liés, les sous-ensembles de deux ronds sont séparés : cette curiosité, contre-intuitive, livre un des intérêts des espaces connectifs. De façon générale, les nœuds sont des représentations d'espaces connectifs finis et il s'avère qu'inversement tout espace connectif fini est représentable par un nœud : S.Dugowson les appelle **espaces lacaniens**.

En effet, avec le nœud borroméen, Lacan a trouvé un outil pour se séparer de la linguistique des signifiants qui font chaîne selon un certain ordre : « Ce que nous posons avec le nœud borroméen va contre l'image de la concaténation. Le discours dont il s'agit ne fait pas chaîne » (Le 11 février 1975).
Le nœud se tient dans son ensemble, bien que les éléments deux à deux ne soient pas reliés. Il y a lien (le discours, la phrase) même si les éléments, les mots sont séparés les uns des autres. Une alternative à la chaîne signifiante est donc trouvée dans le nœud borroméen, qui donne le modèle du **lien** dans la **séparation**, de la séparation dans le lien.



[‡] Voir l'image en tête de cet article.