

**I - Construction du plan projectif à partir d'une sphère**

Les figures 303, 304 et 305 sont tirées de David Hilbert et S. Cohn-Vossen, *Geometry and the imagination*, AMS Chelsea Publishing, American Mathematical Society, 1999, p. 314-315.

Voir aussi : G. Wajcman, «Tableau», *La part de l'œil* n°2, 1985. En ligne sur le site [sectionliniquenantes.fr](http://sectionliniquenantes.fr)

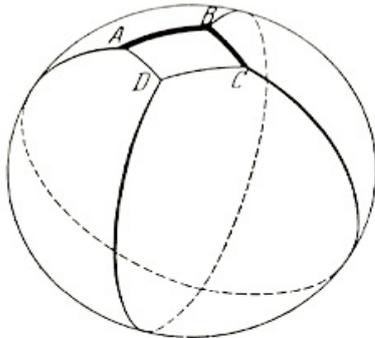


FIG. 303.

1) On fait un trou (carré ABCD) dans la sphère

2) On coud le bord AB avec le bord CD (en faisant une torsion pour que C vienne en A et D vienne en B). Tous les points opposés du bord sont «identifiés» par paires.

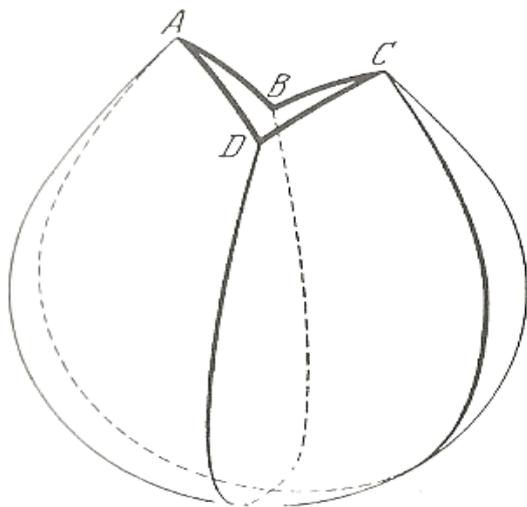
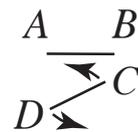


FIG. 304

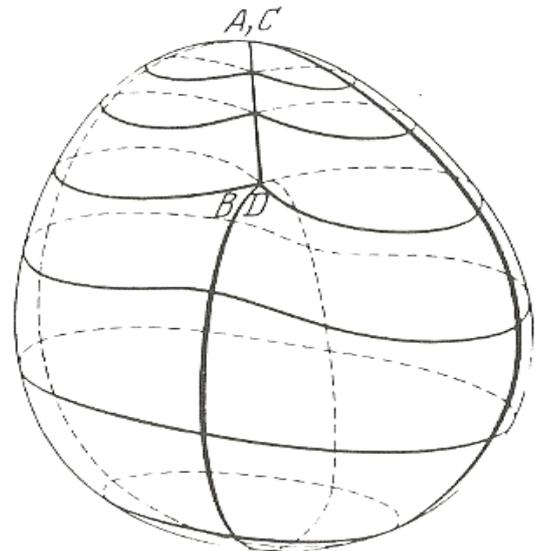


FIG. 305

Le trou initial est réduit à un point.  
La ligne qui va de A,C à B,D est une ligne d'auto-croisement de la surface.

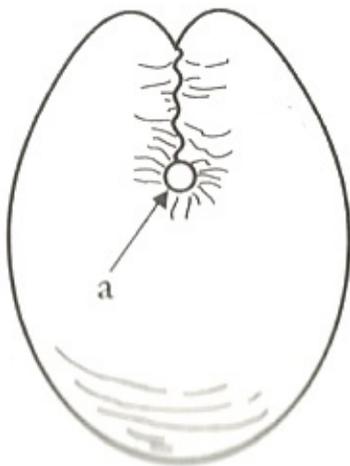
On obtient le plan projectif.  
Le «point troué» dont parle Lacan page 114 est à mon avis à la fois en (A,C) et en (B,D). (Voir page suivante la place du trou dans le cross-cap.)

## La place du trou dans le cross-cap

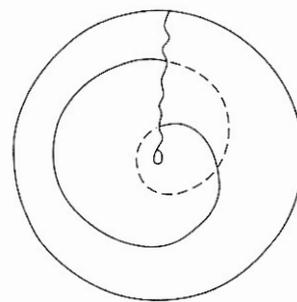
Où est le «point troué» dont parle Lacan dans le *Séminaire X* ? Dans le séminaire précédent, il semble le mettre au point double (B,D) :

J. Lacan, « Le Séminaire, livre IX, L'identification », inédit, séance du 23 mai 1962 :

« Cette surface ainsi structurée est particulièrement propice à faire fonctionner devant nous cet élément le plus insaisissable qui s'appelle le désir en tant que tel, autrement dit le manque. Il reste pourtant que pour cette surface qui comble la béance, malgré l'apparence qui fait de tous ces points, que nous appellerons si vous le voulez antipodiques, des points équivalents, ils ne peuvent néanmoins fonctionner dans cette équivalent antipodique que s'il y a deux points privilégiés. Ceux-ci sont ici représentés par ce tout petit rond [a] sur lequel m'a déjà interrogé la perspicacité d'un de mes auditeurs : « Qu'est-ce que vous voulez en effet représenter ainsi par ce tout petit rond ? » (...) »



Séminaire IX



Surface minimale du cross-cap

Séminaire X, p. 158.

« Ce point double et point simple à la fois, autour duquel est supportée la possibilité même de la structure entrecroisée du bonnet ou du cross-cap, ce point, c'est par lui que nous symbolisons ce qui peut introduire un objet *a* quelconque à la place du trou. »

En fait, les points (A,C) et (B,D) sont topologiquement équivalents, comme l'apprendra Lacan dans un entretien avec le mathématicien Jean-Pierre Petit, en 1979 : on peut retourner le plan projectif comme un gant, et faire venir (B,D) à la place de (A,C), et (A,C) à la place de (B,D).

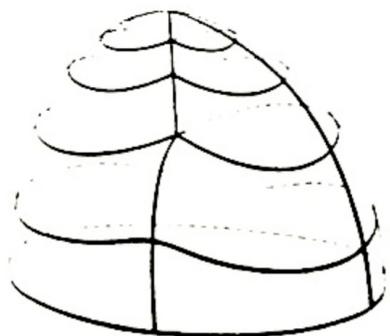
## Plan projectif et cross-cap

Dans le *Séminaire X L'angoisse*, le cross-cap est obtenu à partir du plan projectif en en soustrayant la cupule du bas. Dans le Séminaire IX *L'identification*, il parle de cross-cap alors que ses schémas représentent des plans projectifs. Par ailleurs, il est courant de voir appelées cross-cap des représentations de plans projectifs.

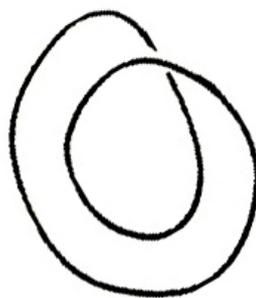
La soustraction de la cupule, la distinction entre cross-cap et plan projectif sont-elles importantes ? Topologiquement, certainement.

Mais pour ce que développe Lacan dans le *Séminaire X* ? Il me semble que ce qu'apporte Lacan sur le «dédoublé du bord», page 113, réclame la coupure de la cupule : en-dessous de la ligne de croisement, le bord est circulaire, à partir de la ligne de croisement, le bord unique paraît double.

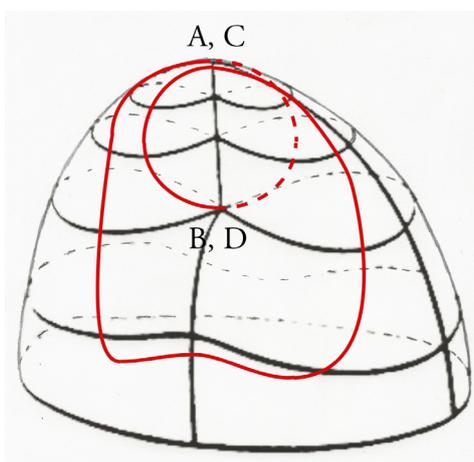
## II - La coupure du cross-cap en forme de huit intérieur



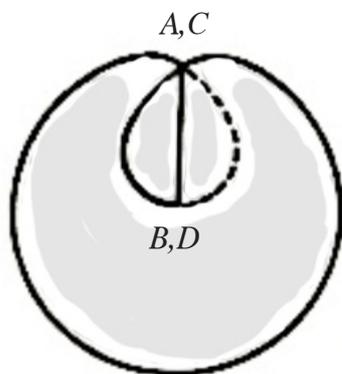
Cross-cap



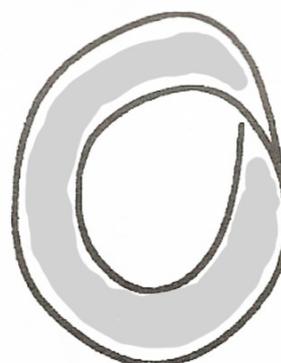
Huit intérieur



Coupure en forme de huit intérieur qui passe par les 'points troués' A,C (et B,D).  
Ce qui donne deux surfaces :



Le petit  $a$



La bande de Moebius